LOGARITMOS

Los logaritmos fueron inventados por John Napier a inicios del siglo XVII (~1614) para simplificar cálculos de multiplicaciones y divisiones complicadas (cuando no había calculadoras). Luego, Henry Briggs desarrolló los logaritmos en base 10 (logaritmos decimales o comunes).

¿Para qué sirven los logaritmos?"

1. Resolver ecuaciones exponenciales:
   Problema típico:
   ¿Cuántas veces tengo que multiplicar 2 por sí mismo para que me dé 32?
   Es decir: $(2^x) = 32$
   Para despejar x: x = Log2 (32) = 5, es decir, para obtener 32 se deberá multiplicar 5 veces el número '2' (2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 32).

2. Simplificar cálculos de multiplicación y división:
   Antes de las calculadoras, los científicos y navegantes usaban tablas de logaritmos para multiplicar/dividir grandes números, porque:
   Log(ab) = Log(a) + Log(b).
   Log(a/b) = Log(a) - Log(b).
   Ejemplo multiplicar 1,500 x 25,000

   1. Buscar log(1500) y log(25000).
   2. Sumar los logaritmos.
   3. Hallar el antilogaritmo (inversa) del resultado.
      Así, convertían multiplicaciones en sumas, mucho más rápidas con lápiz y papel.

¿Qué es un logaritmo?

El logaritmo es el exponente al cual hay que elevar una base para obtener un número dado. En otras palabras: Si tienes: $b^x = N$. entonces : Log b (N) = x

Es decir, ¿A qué potencia debo elevar la base 'b' para obtener 'N'?
Ejemplo:
$(2^3) = 8$ Entonces: Log 2 (8) = 3
Porque el exponente que hace que 2
se convierta en 8 es 3.

Componentes de un logaritmo:

Base (b): El número que vas a elevar.
Argumento (N): El resultado que quieres obtener.
Logaritmo (x) :El exponente que buscas.

Log b (N) = x
se lee logaritmo en base 'b' de 'N' es igual a 'x'

Requisitos:

Para que un logaritmo exista:
La base 'b' debe ser positiva y distinta de 1 ($b > 0$) y ($b \neq 1$).
El argumento 'N' debe ser positivo ($N > 0$).

Tipos de logaritmos:

1. Logaritmo decimal: (Base 10)
   Log(N) = Log 10 (N).
   Ejemplo: Log(100) = 2 porque (10^2) = 100

2. Logaritmo natural: (Base 'e')
   donde e = 2.71828
   Ln(N) = Log e (N).
   Ejemplo: ln(e) = 1.

3. Logaritmo binario: (Base 2)
   Log 2 (N)
   Ejemplo:
   Log 2 (32) = 5, porque (2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 32)

1. Introducción: ¿Qué es un logaritmo?

Un **logaritmo** es el **exponente al que hay que elevar una base para obtener un número dado**.

$$\log_b(a) = c \quad \Longleftrightarrow \quad b^c = a$$

Ejemplo:

$$\log_2(8) = 3 \quad \text{porque } 2^3 = 8$$

2. Condiciones de existencia

Un logaritmo solo está definido cuando:
La **base** $b > 0$ y $b \neq 1$
El **argumento** $a > 0$

3. Propiedades de los logaritmos

Propiedad	Fórmula	Ejemplo
Producto	$\log_b(MN) = \log_b M + \log_b N$	$\log_2(8 \times 4) = \log_2 8 + \log_2 4 = 3 + 2 = 5$
Cociente	$\log_b(M/N) = \log_b M - \log_b N$	$\log_{10}(100/10) = 2 - 1 = 1$
Potencia	$\log_b(M^p) = p \log_b M$	$\log_2(8^2) = 2 \times 3 = 6$
Cambio de base	$\log_b M = \dfrac{\log_k M}{\log_k b}$	$\log_2(10) = \dfrac{\log_{10}(10)}{\log_{10}(2)} = 3.3219$
Logaritmo de la base	$\log_b(b) = 1$	$\log_5(5) = 1$
Logaritmo de 1	$\log_b(1) = 0$	$\log_{10}(1) = 0$

4. Tipos de logaritmos

Tipo	Notación	Base	Nombre
Decimal	$\log(x)$	10	Logaritmo común
Neperiano (natural)	$\ln(x)$	$e = 2.71828...$	Logaritmo natural
Binario	$\log_2(x)$	2	Logaritmo en base 2

5. Ejemplos

Ejemplo 1.

$$\log_3(81) = ?$$

Sabemos que $3^4 = 81$, por lo tanto:

$$\log_3(81) = 4$$

Ejemplo 2.

$$\log_{10}(0.001) = ?$$

Como $10^{-3} = 0.001$, entonces:

$$\log_{10}(0.001) = -3$$

Ejemplo 3. (Uso de propiedades)

$$\log_2(16) + \log_2(4) = \log_2(16 \times 4) = \log_2(64) = 6$$

En muchos casos de la vida real, como al representar cantidades muy diferentes entre sí (por ejemplo, población, intensidad de sonido o energía liberada por un terremoto), los valores pueden variar en órdenes de magnitud enormes.

Si usamos una **escala lineal**, cada unidad del gráfico representa la misma cantidad real.
Esto puede generar una distorsión visual muy grande.

Ejemplo 4. (Problema de escalas)

Ejemplo sin escala logarítmica

Supongamos que queremos dibujar barras para tres cantidades:

Cantidad real	Escala lineal 1 mm = 1 unidad	Altura
10	10 mm	1 cm
100	100 mm	10 cm
1000	1000 mm	1 m

En este caso, **la última barra sería 100 veces más alta** que la primera.
Visualmente es imposible colocar las tres en la misma hoja sin que las más pequeñas desaparez-can.
Esto **no sería práctico ni informativo.**

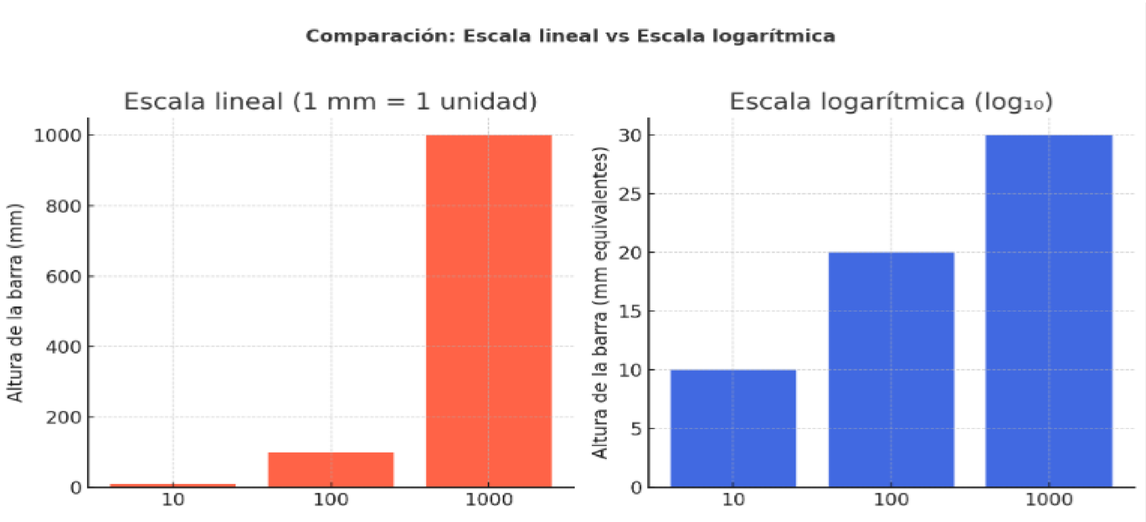
Ejemplo con escala logarítmica ($\log_{10}$)

Ahora aplicamos la función $\log_{10}(x)$ a las cantidades:

Cantidad real	$\log_{10}(x)$	Escala 10 mm por unidad logarítmica
10	1	10 mm = 1 cm
100	2	20 mm = 2 cm
1000	3	30 mm = 3 cm

El resultado es mucho más **compacto y proporcional en sentido perceptual**.
El logaritmo "comprime" los números grandes, manteniendo las proporciones de crecimiento, de modo que:

Cada aumento de una unidad en el logaritmo representa multiplicar por 10 en el valor real.
Así, pasamos de una diferencia **de 1 m vs 1 cm**
a una diferencia **de 3 cm vs 1 cm**, mucho más manejable y fácil de graficar.



Aquí tienes las dos gráficas comparativas:

Izquierda (escala lineal):
la barra de 1000 unidades resulta gigantesca, y las más pequeñas casi desaparecen.

Derecha (escala logarítmica):
las tres barras se ven equilibradas y permiten comparar sus magnitudes reales de forma mucho más clara.

Así, el logaritmo **comprime valores grandes sin alterar su relación multiplicativa**, mostrando mejor las diferencias entre cantidades que varían en órdenes de magnitud.

Conclusión

El uso de **escalas logarítmicas** permite representar fenómenos con valores muy diferentes en una misma gráfica sin perder legibilidad ni significado.

Por eso se usan en:

Escalas sísmicas (Richter)
Intensidad del sonido (decibelios)
Intensidad luminosa
Crecimiento poblacional
Y muchos gráficos científicos y financieros